

2022年度(令和4年度)

後 期 日 程

数 学 (120分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1ページから4ページまであります。解答用紙は、後1，後2，後3，後4 の4枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名，創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1 a を正の定数とする。2つの曲線

$$C_1 : y = \frac{a}{\cos x} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

$$C_2 : y = \sin 2x \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

は共有点で共通の接線を持っている。 C_1 と C_2 の共有点の x 座標を θ とする。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) C_2 と x 軸で囲まれる図形の $0 \leq x \leq \theta$ の範囲にある部分の面積 S を求めよ。
- (3) C_1 と C_2 および y 軸で囲まれる図形の面積 T を求めよ。

2

2 行 n 列の表

x_1	x_2	\cdots	x_n
y_1	y_2	\cdots	y_n

があり, $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ はそれぞれ $-1, 0, 1$ のいずれかである。この表に対して

$$S_n = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \cdots + x_n y_n$$

とおく。このようなすべての 2 行 n 列の表のうち, S_n が偶数である表の個数を a_n で表し, S_n が奇数である表の個数を b_n で表す。ただし, 2 の整数倍を偶数といい, 偶数でない整数を奇数という。

- (1) a_1 と b_1 を求めよ。
- (2) a_2 と b_2 を求めよ。
- (3) a_{n+1} と b_{n+1} を a_n と b_n を用いて表せ。
- (4) a_n と b_n を求めよ。

3

三角錐 OABC は

$$AB = 7, \quad BC = 8, \quad CA = 6, \quad \left(\frac{OC}{OB}\right)^2 = \frac{7}{8}$$

を満たす。点 O を通り直線 BC に垂直な平面 α が、三角形 ABC の内心 I を通る。平面 α と直線 BC の交点を K とする。点 O より平面 ABC に垂線 OH を下ろしたとき、 $HK = 2\sqrt{2} IK$ が成り立つ。

- (1) 三角形 ABC の面積 S を求めよ。
- (2) IK を求めよ。
- (3) BK を求めよ。
- (4) OB を求めよ。
- (5) 三角錐 OABC の体積 V を求めよ。

4 k を正の実数とし、2つの曲線

$$C_1 : y = \log x, \quad C_2 : y = \frac{k}{x}$$

を考える。 C_1 , C_2 と2直線 $x = 1$, $x = 3$ で囲まれる図形の面積を $S(k)$ とおく。 C_1 と C_2 の交点の x 座標を t とする。

- (1) k を t を用いて表せ。さらに、 $\int_1^t \left| \log x - \frac{k}{x} \right| dx$ を t を用いて表せ。
- (2) $k = 2$ のとき $t > 2$ となることを示せ。さらに、 $k = 3$ のとき $t < 3$ となることを示せ。ただし、 $2 < e < 3$ が成り立つことを用いてよい。
- (3) $S(k)$ が最小となる k の値を求めよ。