

2023 年度（令和 5 年度）大学院工学研究科（博士前期課程）

私費外国人留学生

専門試験問題

（電気・機械工学系プログラム 機械工学）

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 7 ページまであります。解答用紙は、3 枚あります。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせてください。
3. 下記表の問題番号 9 から 13 の中から 3 題を解答してください。1 題につき解答用紙 1 枚を使用して解答してください。 解答用紙の追加配付はありません。

問題番号	出題科目
9	力学・材料力学 Mechanics, strength of materials
10	流体力学 Fluid dynamics
11	熱力学 Thermodynamics
12	生産加工 Materials and processing
13	制御工学 Control engineering

4. 監督者の指示に従って、問題番号、志望プログラム及び受験番号を 3 枚の解答用紙の該当欄に必ず記入してください。
5. 計算用紙は、問題冊子の白紙ページを利用してください。
6. 解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入してください。
7. 机の上には、受験票、黒の鉛筆・シャープペンシル、消しゴム、鉛筆削り及び時計（計時機能だけのもの）以外の物を置くことはできません。
8. コンパス及び定規等は、使用できません。
9. 時計のアラーム（計時機能以外の機能を含む。）は、使用しないでください。
10. スマートフォン、携帯電話、ウェアラブル端末等の音の出る機器を全て机の上に出し、それらの機器のアラームを解除してから、電源を切り、かばん等に入れてください。
11. 試験終了まで退室できません。試験時間中に用がある場合は、手をあげてください。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ってください。

問題9 力学・材料力学 設問すべてについて解答すること。

I 図1に示すように、長さ L 、質量 M の細長い一様な剛体棒ABが端点Aでピン支持されている。剛体棒ABは端点Bで水平方向に対して直角につながれた糸BCによって水平状態にある。このとき、次の(1)～(7)の問いについて答えよ。ただし、重力加速度を g 、剛体棒ABの重心Gに関する慣性モーメントは $I_G = ML^2/12$ で与えられる。

- (1) ピン支持点Aに関する剛体棒ABの慣性モーメント I_A を、 M 、 L を用いて示せ。
- (2) 図1の実線に示すように剛体棒ABが平衡状態にあるとき、糸BCの張力 T を、 M 、 g を用いて示せ。
- (3) 糸を静かに切り離した後、剛体棒ABは回転運動を始めた。剛体棒ABが 90° 回転し図1の点線の位置に到達した。このときの剛体棒ABの回転角速度 ω を、 M 、 g 、 L 、 I_A を用いて示せ。

図2に示すように、剛体棒ABが 90° 回転したときの端点Bの位置に静止した質量 m の質点がある。質点は回転する剛体棒ABの端点Bで衝突して剛体棒ABと合体した。

- (4) 合体した物体のピン支持点Aに関する慣性モーメント I'_A を、 I_A 、 m 、 L を用いて示せ。
- (5) 衝突した直後の合体した物体の回転角速度 ω' を I_A 、 I'_A 、 ω を用いて示せ。
- (6) 合体した物体の重心 G' とピン支持点Aとの距離 $L_{AG'}$ を M 、 m 、 L を用いて示せ。
- (7) 合体した物体は角度 θ で回転角速度が0になった。このときの角度 θ を I'_A 、 ω' 、 $L_{AG'}$ 、 m 、 M 、 g を用いて示せ。

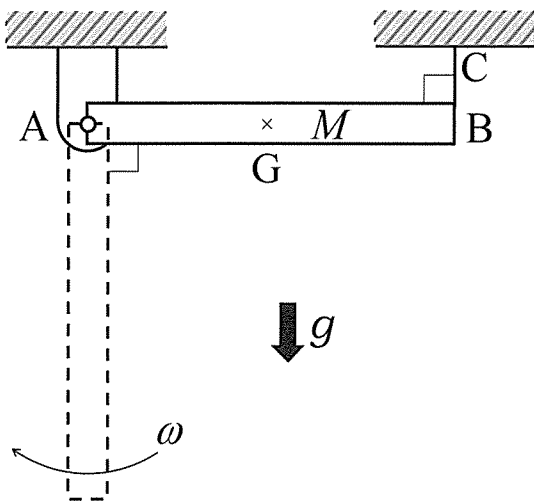


図1

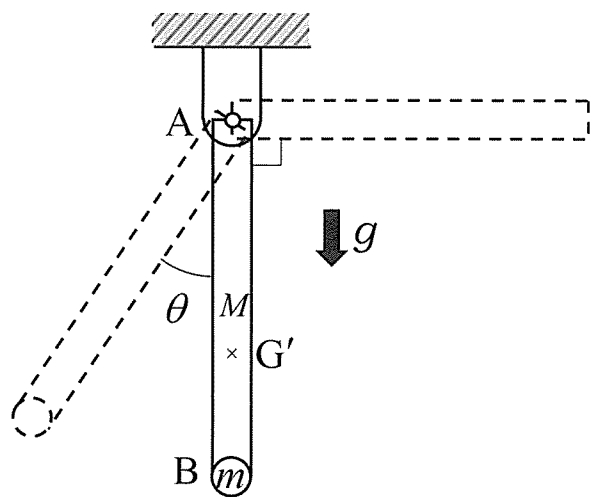


図2

II 図3のように、長さ L_1+L_2 の一様な真直はり AB があり、A にて剛体壁に固定されている。固定端 A の図心を原点とし、はりの長軸方向に沿って x 軸、鉛直方向下向きに y 軸、右手直交座標系に z 軸をとる。はりの断面は図4に示すように矩形であり、幅 b 、高さ h である。また、 $(x, y, z) = (L_1, 0, 0)$ の位置 C には、 y 軸方向からの角度 $\theta = \pi/3$ で図の示す向きかつ x - y 面内に、大きさ $2W$ の集中荷重が加えられている。このとき、以下の設問すべてに答えよ。なお、はりの縦弾性係数 E 、断面2次モーメント I とする。

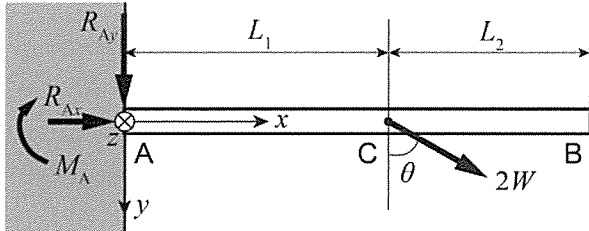


図3

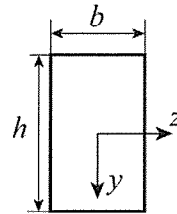


図4

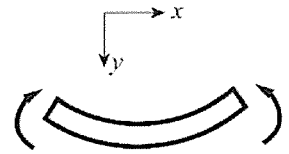


図5

- (1) 固定端 A での、壁からはりの横断面に作用する x 軸方向の反力 R_{Ax} 、 y 軸方向の反力 R_{Ay} 、曲げモーメント M_A をそれぞれ求めよ。なお、いずれも図3に示す方向が正である。
- (2) 位置 x の断面での曲げモーメント $M(x)$ を求め、曲げモーメント線図を描け。ただし、図5のように、はりを下に凸に曲げるモーメントを正とする。
- (3) 区間 AC の x 軸に垂直な断面について、平均せん断応力 τ_{AC} と、垂直応力の最大値 σ_{AC} をそれぞれ求めよ。また、区間 CB の x 軸に垂直な断面について、平均せん断応力 τ_{CB} と、垂直応力の最大値 σ_{CB} もそれぞれ求めよ。なお、垂直応力は、引張を正、圧縮を負として答えよ。
- (4) 区間 AC 内において、 x 軸に垂直な断面の図心 ($y=z=0$) でのせん断応力は、その断面の平均せん断応力 τ_{AC} の 1.5 倍である。このとき、区間 AC 内の図心でのせん断応力が最大となる面の方向 (その面の法線と x 軸のなす角の大きさ α) と、そのせん断応力 τ_{max} を求めよ。
- (5) 自由端 B での y 軸方向変位 y_B を求めよ。なお、軸力によるはりの伸びはたわみに比べて小さく無視できる。また、図6に示すように、長さ L の片持ちはりの自由端 B' に集中荷重 F が加えられたとき、自由端での y 軸方向変位は $FL^3/(3EI)$ 、たわみ角は $FL^2/(2EI)$ であることを用いてよい。

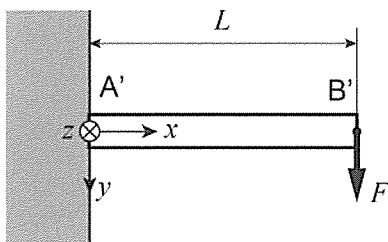


図6

問題 10 流体力学 設問すべてについて解答すること。

解答上の注意：各設問の解答について、(1) $x=y+z$ のように、最終的な解答に設問番号を付して下線で明記すること。

図1のように、長さ L (OC 間) で狭いすき間 h の鉛直流路が、十分に大きな上部タンク A と下部タンク B をつないでいる。タンク A とタンク B にはそれぞれ水深 d_A と水深 d_B の水が入っているが、この状態では重力の影響でタンク A からタンク B へ水が流出する。流出流量を制御するため、流路の片側をベルトにして速度 U_b で上向きに動かす。このすき間内の流れを解析するため、基礎式として 2 次元非圧縮性流体の連続の式と Navier-Stokes (NS) 式を用いる。

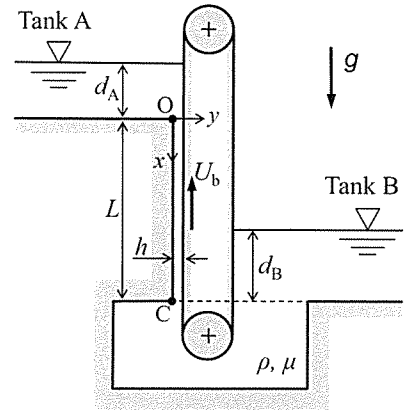


図 1

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \textcircled{1} = 0 \\ & \cdot \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \textcircled{2} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\textcircled{3} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho g \\ & \cdot \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \textcircled{4} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \textcircled{5} \right) \end{aligned}$$

ただし図1に示されるとおり、狭い隙間の上部角部を原点 O とし、壁面に沿って下方に x 座標、これと直交する隙間方向に y 座標をとる。また、 x と y 方向の速度成分をそれぞれ u と v 、圧力を p とする。水の密度と粘度はそれぞれ ρ と μ 、重力加速度は g とし、これらは定数とする。

これについて、次の (1) ~ (5) の設問に答えよ。ただし (3) 以降において、狭いすき間内の流れは定常で全域で完全発達しており、入口と出口の影響は無視できるものと仮定する。

- (1) ①~⑤に入るものを示し、基礎式を完成せよ。
- (2) 粘度 μ の次元を SI の基本単位 (kg, m, s) を用いて示せ。
- (3) この狭いすき間内の流れでは、連続の式、NS 式の y 方向成分、定常 ($\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0$)、完全発達 ($\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0$)、および壁面境界条件 (滑り無し、不浸透) から、 y 方向速度成分 $v = 0$ および圧力 $p(x)$ を得る。これらの条件と NS 式の x 方向成分から、速度 $u(y)$ に対する常微分方程式を導出して示せ。
- (4) 圧力勾配 dp/dx を定数とし、また $y = 0$ で $u = 0$ と $y = h$ で $u = -U_b$ の壁面境界条件も用いて (3) で導出した常微分方程式を解き、すき間内の速度 $u(y)$ の解を示せ。
- (5) 設問の設定では静圧の条件から流路内で $dp/dx = \rho g(d_B - d_A)/L$ となる。これも用い、流出流量をゼロとするためのベルト速度 U_b の条件式を示せ。

問題 11 熱力学 次の (1) ~ (7) の問いについて答えよ。

「ブレイトン再生サイクル (regenerative Brayton cycle)」では、タービン排ガスを熱源として加圧空気を予熱する「再生器」を使って、基本ブレイトンサイクルより高い熱効率が得られている。図 1 に構成を、図 2 に温度-比エントロピー線図を示す。

「ブレイトン再生サイクル 1-2-2'-3-4-4'-1」の理論熱効率 η_{th} を、以下の手順で求めよ。

作動流体 (理想気体) の状態量については、以下の記号を用い、添え字には各状態の数字を添えよ。絶対温度: T , 圧力: p , 比エンタルピー: h , 比エントロピー: s
 また、燃料の量は無視し、作動流体の定容 (定積) 比熱: c_v , 定圧比熱: c_p および 比熱比: κ は、一定であるとする。

サイクルの諸元は以下のように表す。

- ・ 圧力比: $r_p = p_{2s} / p_1 = p_3 / p_{4s}$
- ・ 断熱温度比: $\theta_s = T_{2s} / T_1$
- ・ 最高最低温度比: $\tau = T_3 / T_1$
- ・ 圧縮機の断熱効率: $\eta_c = (h_{2s} - h_1) / (h_2 - h_1) = (T_{2s} - T_1) / (T_2 - T_1)$
- ・ タービンの断熱効率: $\eta_t = (h_3 - h_4) / (h_3 - h_{4s}) = (T_3 - T_4) / (T_3 - T_{4s})$
- ・ 再生効率: $\eta_e = (h_{2'} - h_2) / (h_4 - h_2) = (T_{2'} - T_2) / (T_4 - T_2)$

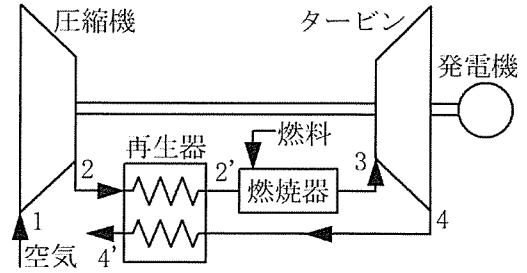


図 1

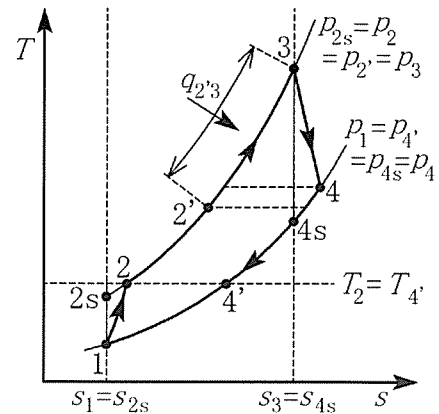


図 2

- (1) 断熱温度比 θ_s を, r_p および κ で表せ。
- (2) 温度 T_2 を, T_1 , θ_s および η_c で表せ。
- (3) 作動流体単位質量あたりの圧縮仕事 (作動流体が圧縮機から受ける仕事) W_c を, c_p , c_v , T_1 , θ_s および η_c の中から必要なものを選んで用いて表せ。
- (4) 温度 T_4 を, T_1 , θ_s , τ および η_t で表せ。
- (5) 作動流体単位質量あたりの正味仕事 W を, c_p , c_v , T_1 , θ_s , τ , η_c および η_t の中から必要なものを選んで用いて表せ。
- (6) 作動流体単位質量あたりの加熱量 $q_{2'3}$ を, c_p , c_v , T_1 , θ_s , τ , η_c , η_t および η_e の中から必要なものを選んで用いて表せ。
- (7) 理論熱効率 η_{th} を, c_p , c_v , θ_s , τ , η_c , η_t および η_e の中から必要なものを選んで用いて表せ。

問題 12 生産加工

I 次の (1) ~ (4) の問いについて答えよ。(3) (4) の解答の際は問題文中で使用された文字以外を使用しないこと。

- (1) ある合金系のある温度での組成と自由エネルギーの曲線を図 1 に示す。この合金系の状態図の型の名称を記し、さらにその状態図 (横軸: 組成 - 縦軸: 温度) の模式図を描け。
- (2) 金属材料の強化法を 2 つ挙げよ。さらにそれらに共通するメカニズムを述べよ。
- (3) 降伏点が Y [Pa] の板材 (長さ l [m], 幅 w [m], 厚さ t [m], $w \gg t$) を図 2 (a) のように長さが板幅より十分長く、幅が b [m] の工具を用いて圧縮したところ、圧縮荷重が N_0 [N] の時に板材は降伏した。板材の降伏は Mises の降伏条件に従うとして N_0 を求め、この応力状態に対応するモール円を示せ。
- (4) 図 2 (b) のように板材の長手方向 (l の方向) へ張力 T [N] で引張りながら圧縮したところ、圧縮荷重が N_1 [N] の時に板材は降伏した。この時の応力状態は図 3 に示すブロックの応力状態と同じであった。 N_1 と T を求め、対応するモール円を示せ。

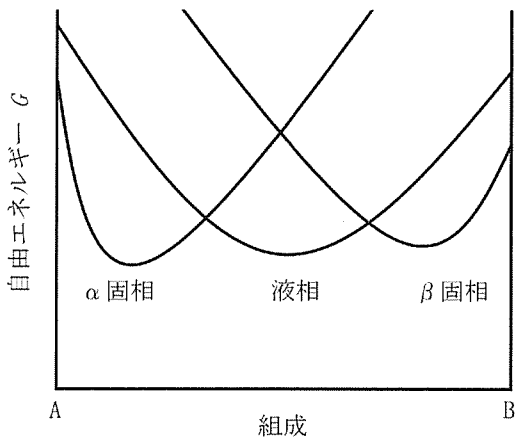


図 1

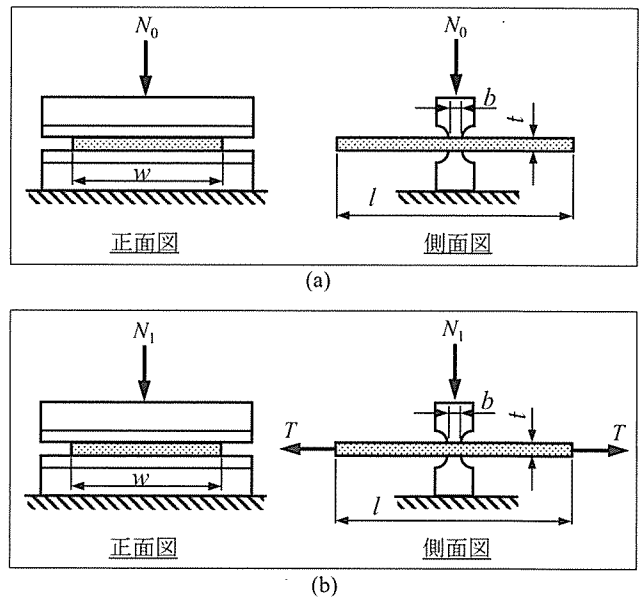


図 2

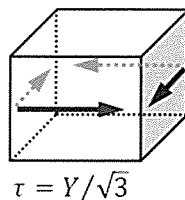


図 3

問題 13 制御工学 設問すべてについて解答すること。

I 図 1 に示すように、摩擦を無視できる床上で質量 M_1 の物体 I と質量 M_2 の物体 II がバネ定数 K_2 のバネで接続され、さらに物体 I はバネ定数 K_1 のバネで壁に接続されている。物体 I に加える力を $u(t)$ 、物体 I の変位を $x_1(t)$ 、物体 II の変位を $x_2(t)$ とすると、次の (1) ~ (2) の問いについて答えよ。

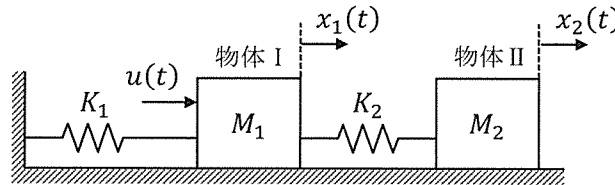


図 1

- (1) 物体 I と物体 II の運動方程式はそれぞれ次式となる。式中の係数 (a, b, c, d, e) を、 M_1, M_2, K_1, K_2 を適宜用いて表せ。

$$M_1 \ddot{x}_1(t) = au(t) + bx_1(t) + cx_2(t)$$

$$M_2 \ddot{x}_2(t) = dx_1(t) + ex_2(t)$$

- (2) 物体 I に加える力 $u(t)$ を入力、2 つの物体の相対変位 $x(t) = x_1(t) - x_2(t)$ を出力とするとき、 $u(t)$ から $x(t)$ までの伝達関数 $G(s)$ は次式となる。式中の係数 (f, g, h, i, j) を、 M_1, M_2, K_1, K_2 を適宜用いて表せ。

$$G(s) = \frac{M_2 s^2}{fs^4 + gs^3 + hs^2 + is + j}$$

II 次の (1) ~ (2) の問いについて答えよ。

- (1) 一次遅れ系 $P(s) = \frac{b}{1+as}$ の単位ステップ応答が図 2 に示す波形 $y(t)$ となった。このときの a と b を求めよ。
- (2) 一次遅れ系 $P(s) = \frac{1}{1+4s}$ に PID 制御を施したフィードバック制御系を図 3 に示す。目標値 $r(t)$ として単位ステップ入力を加えた時の出力が $y(t) = 1 - e^{-t}$ となった。このときの PID 制御のゲイン K_p, K_i, K_d を求めよ。

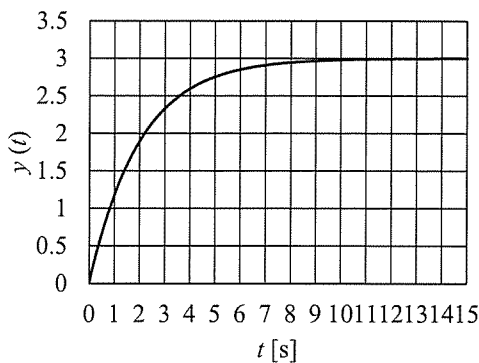


図 2

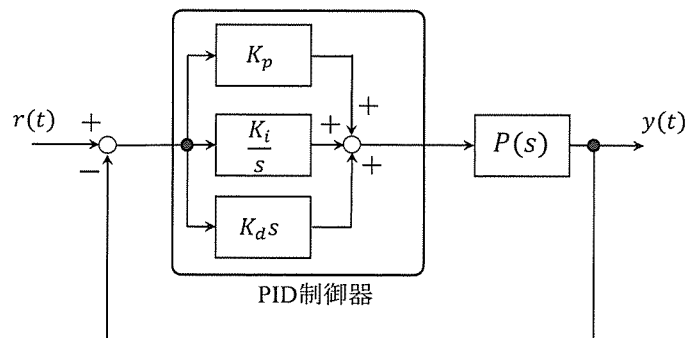


図 3

Ⅲ 次の伝達関数 $G(s)$ で表されるシステムを考える。 K は実数とする。

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 5s^2 + 8s + K}$$

このシステムの全ての極の実部が -1 より小さくなる K の範囲を求めよ。

Ⅳ 図4のフィードバック制御系を考える。また、横軸を対数目盛とした $L(s)$ のボード線図が図5の実線、ボード線図の概形図（折れ線近似）が図5の点線で与えられるとする。ただし、 ω_1 と ω_2 以外の折れ点角周波数は存在せず、角周波数が ω_1 から ω_2 の区間におけるゲイン線図の概形図の値は 0 dBであるとする。このとき、目標値 $r(t)$ を

$$r(t) = \begin{cases} t & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

とした際の定常偏差 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$ を、 ω_1 と ω_2 を適宜用いて求めよ。

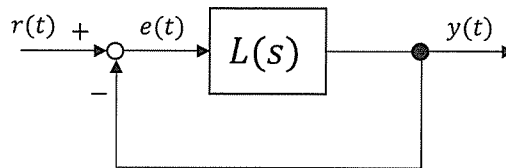


図4

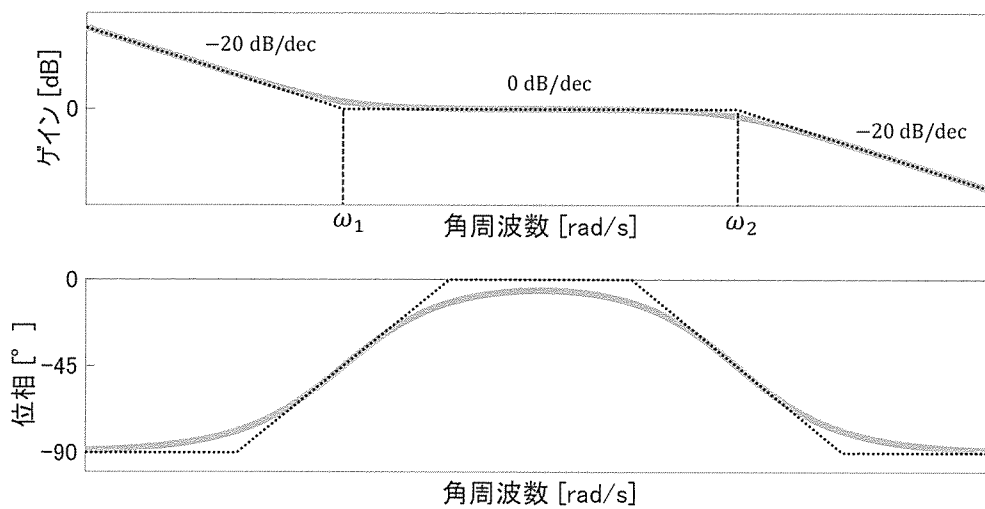


図5