

2023 年度(令和 5 年度)

前 期 日 程

数 学 (120 分)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は、1 ページから 4 ページまであります。解答用紙は、前 1、前 2、前 3、前 4 の 4 枚からなっています。ページの脱落等に気付いたときは、手をあげて監督者に知らせなさい。
3. 解答はすべて、各問題の解答用紙の解答欄に記入しなさい。  
なお、解答用紙の裏にも解答を記入する場合には、表と上下を逆にして記入しなさい。
4. 監督者の指示に従って、すべての解答用紙の該当欄に志望学科名(社会工学科を志望するものは志望分野名、創造工学教育課程を志望するものは志望コース名)及び受験番号(2 か所)を記入しなさい。
5. 解答用紙の網掛け部分及び※を付した欄には、何も記入してはいけません。
6. 問題冊子の白紙と余白は下書きに適宜利用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

1

座標平面上の曲線  $C$  を次で定める。

$$C : \begin{cases} x = \theta - 2 \sin \theta \\ y = 2 - 2 \cos \theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

- (1) 曲線  $C$  上の点  $P$  の  $x$  座標の値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。
- (3) (2) の図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ。

**2** 数列  $\{a_n\}$  を次で定める。

$$a_1 = 1, \quad \begin{cases} a_{2n} = 3a_{2n-1} - n \\ a_{2n+1} = a_{2n} + 1 \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1)  $a_5$  を求めよ。
- (2)  $b_n = a_{2n+1} - a_{2n-1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とおく。数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3)  $a_{2n+1}$  を求めよ。
- (4)  $a_{199}$  の桁数を求めよ。ただし、

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \quad \log_{10} 3 = 0.4771$$

とする。

**3**

三角錐 OABC は

$$OA = BC = 5, \quad OB = AC = 7, \quad OC = AB = 8$$

をみたしている。点 C から平面 OAB に垂線 CH を下ろす。 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  として、次の問いに答えよ。

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ,  $\vec{c} \cdot \vec{a}$  を求めよ。
- (2)  $\vec{OH}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  で表せ。
- (3) 平面 OAB において、点 B から直線 OA に垂線 BK を下ろす。このとき  $\frac{OK}{OA}$  を求めよ。
- (4) 平面 OAB 上の直線  $l$  は、点 A を通り、直線 OA とのなす角が  $\angle OAB$  と等しく、直線 AB とは異なる。 $l$  と直線 OH の交点を D とするとき、 $\frac{OD}{OH}$  を求めよ。

**4** 関数

$$f(x) = \frac{2x^3 + x^2 - 4x - 3}{x^2 - 3}$$

に関する次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  の極値を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。
- (3)  $m$  を定数とするとき、曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = mx + 1$  の共有点の個数を求めよ。