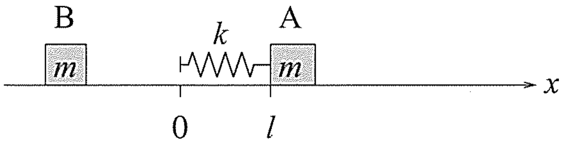
２０２４年度（令和６年度）編入学者・転入学者選抜学力試験［問題］

ー　物　　理　ー

1. 水平で滑らかな床面上に，質量 m の物体 A が静止している．物体 A の左側には質量の無視できるばね定数 k のばねが水平に取り付けられている．この物体 A に，同じ質量 m の物体 B が速度 v_0 で衝突する．ばねの自然長 l は十分長く，衝突過程でばねの長さが 0 になることはないとする．物体は x 軸にそって運動し，物体 A, B の x 座標をそれぞれ x_A, x_B $(x_A > x_B)$ とする．ここで各物体は質点とみなし，その大きさは無視できるものとする．



最初，物体 A を床面上に固定し，物体 B を右向きの速度 v_0 で衝突させた．物体 B がばねの左端に衝突すると，ばねは左端が物体 B に接した状態で縮み始める．その後，ばねは再び伸び，自然長に戻ったところで物体 B はばねから離れて左向きに跳ね返される．

(1) この衝突過程でばねがもっとも縮んだときの自然長からの縮みの大きさを求めよ．

次に物体 A を固定せず，床面上に静止している物体 A に物体 B を右向きの速度 v_0 で衝突させた．最初のばねの左端の位置を原点 $(x = 0)$ とする．

(2) 物体 B がばねに接触してから時間 t 後における，物体 A, B からなる系の重心の位置を求めよ．($t = 0$ で $x_A = l, x_B = 0$ であることに注意せよ．)

(3) ばねで接触しているときの物体 A の物体 B に対する相対運動は単振動（の一部）となる．換算質量に注意して，この衝突過程でばねがもっとも縮んだときの自然長からの縮みの大きさを求めよ．

(4) ばねが縮んだ後，自然長に戻った直後に物体 B はばねから離れ，その位置に静止する．重心の位置に注意して，ばねから離れた後の物体 B の位置 x_B を求めよ．

2. 質量 m のおもりが天井から長さ L の軽い糸で吊された振り子の空気中での運動を考える．重力加速度の大きさは g である．おもりにはたらく空気抵抗 $\vec{f}$ は空気に対する相対速度 $\vec{v}$ に比例し，γ を正の定数として $\vec{f}=-2m\gamma\vec{v}$ と表される．

いま，水平方向に一定の風速の風が吹き，振り子の糸が鉛直方向から θ_0 だけ傾いて静止した．

(1) このときの風速を求めよ．

その後，風が止まると，振り子は振れ角 θ_0 の位置から初速度 0 で運動を始めた．

(2) 振り子の運動方程式を，時刻 t における鉛直方向からの振れ角 $\theta(t)$ が従う微分方程式の形で記せ．

(3) 任意の時刻で θ が十分小さいとして $\sin\theta \simeq \theta$ の近似を用いると，上問の運動方程式は θ の斉次線形 2 階微分方程式となる．この方程式の解を $\theta(t)=e^{\alpha t}$ と置いて，方程式を満足するような定数 α（複素数）をすべて求めよ．ただし γ は $\sqrt{g/L}$ にくらべて小さいとする．

(4) 振れ角 θ_0 の位置から初速度 0 で振れ始めた振り子の速度が次に 0 になったときの振れ角を $-\theta_1$ とするとき，減衰率 $\dfrac{\theta_0-\theta_1}{\theta_0}$ を γ の 1 次までの近似で求めよ．

3. 電流間にはたらく力に関する以下の設問に答えよ．(3), (4) は導出過程も記すこと．空間の透磁率は μ_0 とする．

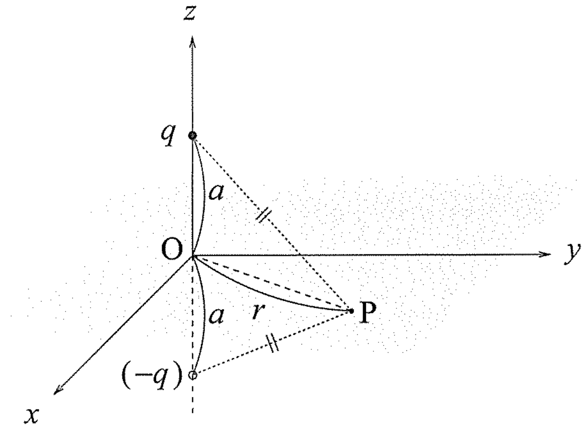
(1) 定常電流と静磁場の関係を記述する「アンペールの法則」（積分形）とはどのような法則であるか，一般的に述べよ．式を用いる場合は記号の定義を明記すること．

(2) x 方向の磁束密度 $\vec{B}=(B,0,0)$ の中を y 方向の速度 $\vec{v}=(0,v,0)$ で運動する点電荷 q が受けるローレンツ力 $\vec{f}$ を成分表示で表せ．

(3) 無限に長い直線状の導線に電流 I が流れているとき，この導線から距離 r の位置に生じる磁束密度の大きさ $B(r)$ をアンペールの法則を用いて導け．

(4) 上問 (3) の導線と平行で，距離 r 離れた位置に置かれた直線状の導線に，電流 I と同じ向きの電流 I' を流したとき，電流 I' の長さ l の部分が電流 I による磁場から受ける力の強さを，電流 I' 内の自由電子にはたらくローレンツ力をもとにして導け．

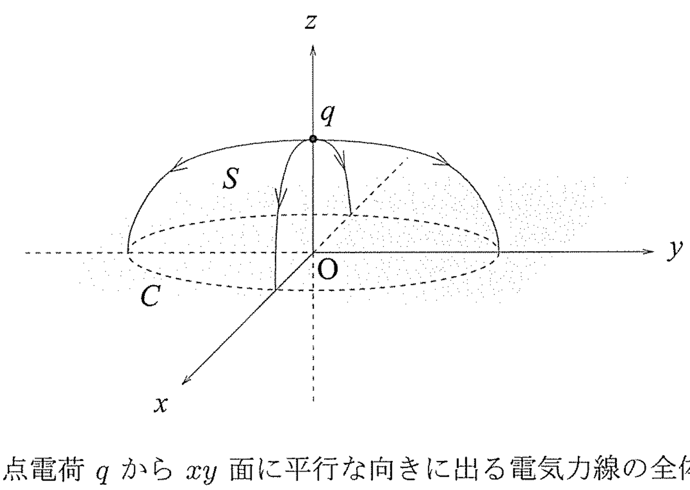
4. 無限に広い導体平面を xy 面として，外向きに z 軸をとる．導体の外の点 $(0,0,a)$ に点電荷 q を置くと，静電誘導により導体平面上に表面電荷が誘起される．空間は真空であるとして，真空の誘電率を ε_0 とする．



(1) 導体表面のすぐ外側には，表面に垂直な z 方向の電場が生じている．導体表面上の，原点 O から距離 r の点 P に生じている電場の z 成分 $E(r)$ と，その点に誘起されている表面電荷密度（単位面積当たりの電気量）$\sigma(r)$ のあいだに成り立つ関係式を記せ．

(2) 点電荷 q および導体表面に生じた誘導電荷によって導体の外側 $(z \geq 0)$ に生じる電場は，導体のかわりに点 $(0,0,-a)$ に点電荷 $-q$ を置いた場合の電場に等しい．(この仮想的な点電荷 $-q$ を鏡像電荷という.）つまり，点電荷 q がつくる電場と鏡像電荷 $-q$ がつくる電場を合成することにより $z \geq 0$ での電場が得られる．このことを用いて，導体表面上の原点 O から距離 r の点 P において，導体のすぐ外側 $(z = 0)$ に生じている電場の z 成分 $E(r)$ を求めよ．

(3) 導体表面上の，原点 O を中心とする半径 r の円内に生じている表面電荷の総量 $Q(r)$ を求めよ．また，その $r \to \infty$ の極限，すなわち導体表面に生じる全表面電荷を求めよ．



(4) 上図のように，点電荷 q から xy 面に平行な向きに出る電気力線の全体がつくる曲面 S と導体表面との交線は，原点 O を中心とする円 C となる．点電荷 q はこの曲面 S により $q/2$ ずつに分断されているので，曲面 S と導体表面で囲まれる領域にガウスの法則を適用することにより，円 C の内側に生じている表面電荷が $-q/2$ に等しいことが分かる．このことを用いて，円 C の半径を求めよ．